

# СИЛАБУС

## навчальної дисципліни

### «ПРИКЛДНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І СТАТИСТИКИ»

|                                         |                                    |
|-----------------------------------------|------------------------------------|
| рівень вищої освіти                     | перший (бакалаврський) рівень      |
| галузь знань                            | 01 Освіта/Педагогіка               |
| спеціальність (предметна спеціальність) | 014.04 Середня освіта (Математика) |
| освітня програма                        | Математика та інформатика          |
| вид дисципліни                          | вибіркова                          |
| факультет                               | факультет математики і інформатики |

**Розробник програми:** Вікторія КУЗНЕЦОВА, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент зво каф. вищ. матем. та інф., [vkuznietcova@karazin.ua](mailto:vkuznietcova@karazin.ua)

**Пререквізити:** Математичний аналіз, Елементи логіки та теорія чисел, Теорія ймовірностей.

#### 1. Опис навчальної дисципліни

**1.1. Метою викладання навчальної дисципліни** є ознайомлення студентів з основними задачами та методами теорії ймовірностей та математичної статистики, а саме, оволодіння основними розподіленнями випадкових величин, які виникають у прикладних задачах, надання уявлення та вивчення проблеми теорії інформації, теорії масового обслуговування, теорії черг, що розв'язуються ймовірними методами; з задачами оцінювання невідомих параметрів генеральної сукупності, побудова вибірових функцій розподілу, перевірка статистичних гіпотез за допомогою критеріїв узгодження Пірсона, Колмогорова, ознайомлення з кореляційним та регресійним аналізом, з кореляційною теорією та її застосуванням.

**1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни** є навчання студентів виконувати безпосередньо розрахунки ймовірності складних випадкових подій; оволодіти поняттям випадкової величини та методами обчислювання її числових характеристик; ознайомити студентів з основними випадковими величинами, що виникають у прикладних задачах; надання принципів та методів математичної статистики; надання необхідних математичних формул, тверджень для їх використання у математичній статистиці та теорії випадкових процесів і послідовностей; вивчення основних тверджень теорії випадкових функцій;

навчити студентів використовувати статистичні методи для обробки експериментальних даних.

**1.3. Кількість кредитів: 5.**

**1.4. Загальна кількість годин: 150 год.**

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Основні поняття та задачі теорії ймовірностей.**

#### **Тема 1. Випадкова подія та її ймовірність**

1. Поняття випадкової події та її ймовірності, ймовірносний простір, дискретний та безперервний ймовірносний простір.
2. Класичне означення випадкової події та її ймовірності, статистичне означення ймовірності, основні властивості ймовірності, геометрична ймовірність.
3. Теорема додавання ймовірності, умовна ймовірність, незалежність випадкових подій. Наслідки з аксіом, теорема додавання ймовірностей. Приклади (завдання про збіги). Умовна ймовірність. Незалежні події, умови незалежності, попарно незалежність і незалежність в сукупності. Приклади. Теорема множення ймовірностей.
4. Формула повної ймовірності. Формули Байєса ймовірності гіпотез. Приклад: функція надійності.

#### **Тема 2. Задачі на повторення випробувань**

1. Повторення випробувань, схема Бернуллі, формула Бернуллі.
2. Найімовірніше число появи події в  $n$  незалежних випробуваннях. Граничні теореми в схемі Бернуллі (Пуассона і Муавра - Лапласа)

#### **Тема 3. Випадкові величини, закони розподілу.**

1. Випадкові величини, закон розподілу. Ряд розподілу дискретної випадкової величини. Приклади.
2. Функція розподілу випадкової величини. Властивості функції розподілу.
3. Ймовірність влучення значень випадкової величини в заданий інтервал.
4. Функція розподілу дискретної випадкової величини. Приклад: індикатор події (розподіл Бернуллі).
5. Безперервна випадкова величина. Щільність розподілу неперервної випадкової величини. Властивості щільності розподілу. Ймовірність влучення значень випадкової величини в заданий проміжок, геометрична інтерпретація.

#### **Тема 4. Числові характеристики випадкової величини.**

1. Математичне очікування випадкової величини (дискретної і безперервної). Властивості математичного очікування.
2. Дисперсія дискретної і неперервної випадкової величини та її властивості. Середнє квадратичне відхилення.

3. Нерівність Маркова та Чебишева. Застосування нерівності Чебишева до оцінки точності вимірювань.

#### **Тема 5. Задачі на основні розподіли випадкових величин.**

1. Основні розподіли дискретної випадкової величини: індикатор події, гіпергеометричне, геометричне, біноміальне, Пуассона. Їх мат. очікування і дисперсії.
2. Найпростіший (Пуассона) потік подій, формула Пуассона.
3. Основні розподіли неперервних випадкових величин: рівномірний, показниковий, Ерланга, нормальне, їх мат. очікування і дисперсії.
4. Нормальний розподіл, нормальна крива, її вид при різних значеннях параметрів.
5. Локальна і інтегральна функції Лапласа (інтеграл ймовірності). Імовірність відхилення нормальної випадкової величини від її мат. очікування. Правило трьох сигм. Оцінка похибки вимірювань.
6. Гранична теорема Муавра - Лапласа.
7. Розподіл Хі – квадрат, розподіл Стюдента, розподіл Снедекора-Фішера.

#### **Тема 6. Функції від випадкових змінних величини**

1. Функції від випадкової величини, ряд розподілу для дискретної випадкової величини, функція розподілу і щільність розподілу для функції неперервної випадкової величини.
2. Отримання значень випадкової величини з заданим розподілом. Приклади задач.
3. Числові характеристики функції випадкової величини.

#### **Тема 7. Багатомірна випадкова величина.**

1. Система двох дискретних випадкових величин, матриця розподілу. Закони розподілу складових, умовні закони розподілу.
2. Система двох неперервних випадкових величин. Спільна щільність розподілу і числові характеристики. Закони розподілу складових. Умовні закони розподілу складових.
3. Залежні і незалежні випадкові величини. Умова незалежності дискретних і безперервних випадкових величин.
4. Закон розподілу суми та добутку випадкових величин, незалежних випадкових величин.
5. Числові характеристики системи двох випадкових величин: мат. очікування і дисперсії складових, коваріація і коефіцієнт кореляції. Властивості коваріації, нерівність властивості коефіцієнта кореляції.
6. Умовні числові характеристики системи випадкових величин (X, Y). Регресія. Формула повторного мат. очікування.
7. Двовимірний нормальний розподіл і його властивості.

## **Розділ 2. Вступ до математичної статистики.**

### **Основні методи математичної статистики**

#### **Тема 8.** Задачі та основні поняття математичної статистики.

1. Поняття вибірки. Вибірka як  $n$ -вимірна випадкова величина. Варіаційний ряд. Емпірична функція розподілу. Гістограма та полігон частот. Приклади задач.
2. Генеральна середня, вибіркова середня, генеральна дисперсія та середнє квадратичне відхилення. Вибіркові моменти.

#### **Тема 9.** Методи оцінювання невідомих параметрів.

1. Задача оцінювання невідомих параметрів: незміщеність, обґрунтованість, ефективність. Точкові оцінки невідомих параметрів розподілу. Оцінка невідомого математичного очікування та дисперсії. виправлена вибіркова дисперсія. Поняття статистик. Приклади.
2. Метод моментів для точкового оцінювання параметрів. Приклади оцінок.
3. Метод максимальної правдоподібності. Приклади оцінок.
4. Інтервальне оцінювання параметрів: надійність, рівень значущості, довірчий інтервал. Розподіли Хі-квадрат, Стюдента, Фішера. Оцінки довірчих інтервалів. Приклади задач.

#### **Тема 10.** Задачі на перевірку статистичних гіпотез.

1. Поняття про критерії узгодженості. Помилки першого та другого роду.
2. Критерії узгодженості Пірсона та Колмогорова. Правило Романовського.

#### **Тема 11.** Кореляційний, регресійний та факторний аналіз

1. Елементи кореляційного та регресійного аналізу. Вибіркові умовні середні. Вибіркове рівняння регресії. Кореляційне поле, кореляційна таблиця. Вибіркова кореляція та коефіцієнт кореляції. Оцінка сили зв'язку між двома випадковими величинами – шкала Чеддока. Метод найменших квадратів для знаходження рівняння регресії. Приклади задач.
2. Елементи дисперсійного аналізу Групова середня, загальна середня. Групова, між групова та загальна дисперсії. Поняття про дисперсійний аналіз.

### **3. Методи навчання**

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться дистанційно (за допомогою

платформ ZOOM, GOOGLE CLASS), відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна

#### 4. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять; перевірка домашніх завдань; поточний контроль та опитування на лекційних та практичних заняттях;
- перевірка виконання контрольних робіт (1),
- підсумковий контроль: Залік (залікова робота).

#### 5. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання |          |                                                  |                        |       | залік | сума |
|--------------------------------------------------------------|----------|--------------------------------------------------|------------------------|-------|-------|------|
| Розділ1                                                      | Розділ 2 | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Індивідуальне завдання | Разом |       |      |
| 30                                                           | 30       | 60                                               |                        | 60    | 40    | 100  |

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати **не менше 25 балів** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

#### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка                           |
|----------------------------------------------------------------|----------------------------------|
|                                                                | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100                                                       | зараховано                       |
| 70-89                                                          |                                  |
| 50-69                                                          |                                  |
| 1-49                                                           | незараховано                     |

#### 6. Рекомендована література

##### Основна література

- Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.
- Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556

3. Янцевич А.А. Дьячкова О.В. Теорія ймовірностей і математична статистика. У 2-х ч., Х: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2018, - 212 с.
4. Кармелюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посіб. З розв'язання задач : Навч. посіб. / Г. І. Кармелюк- К. : Центр учбової літератури, 2007. – 576 с.

#### **Допоміжна література**

1. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика . Посібник. – К.: Видавничо -поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 494 с
2. Дороговцев О.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач .–К.:Вища школа, 1976.– 384 с.
3. Kallenberg O. Foundation of Modern Probability, Springer-Verlag, 2002.

#### **Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, <https://probability.knu.ua/index.php?page=student>